

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

В Институте математики им С. Л. Соболева выполнен ряд работ по фундаментальным проблемам математики.

Алгебра, теория чисел и математическая логика

Построены бесконечные серии распознаваемых групп. Получено исчерпывающее описание холловых подгрупп в конечных группах и дан положительный ответ на проблемы Холла (вопросы 3.62 и 13.33 из «Коуровской тетради»), поставленные полвека назад. Решена давно стоявшая задача нахождения количества подгрупп с тривиальной нормальной унипотентной подгруппой в линейных группах. Описаны суперлокалы в конечных простых группах, тем самым решена одна из проблем, поставленных М. Ашбахером. Доказано обобщение теоремы Крекнина для почти регулярного автоморфизма колец Ли. Построен алгоритм для нахождения неподвижных точек автоморфизма свободной группы.

Приведено полное описание характеристики сложности моделей теории вычислимого языка (булевых алгебр). Дано описание автоустойчивых L -алгебр и установлен ряд свойств этого класса, а также получен ряд естественных примеров связи булевых алгебр с одним выделенным идеалом и их гиперарифметических фактор-алгебр.

Установлено, что в ряде случаев при изучении вычислимости на допустимых множествах можно ограничиться рассмотрением только наследственно конечных надстроек, тем более что класс наследственно конечных надстроек имеет те же вычислимые возможности, что и класс допустимых множеств в целом. Определены свойства минимальных допустимых множеств, соответствующих неглавным идеалам.

Математический анализ, дифференциальные уравнения и математическая физика

Получен ряд новых результатов по теории устойчивости классов отображений и теории пространств Соболева на метрических структурах. Доказано, что на группах Карно, степень которых выше 2, существуют ограниченные равномерные области. Даны оценки устойчивости в нормах пространства Соболева для классов решений дифференциальных соотношений, построенных с помощью квазивыпуклых функций и нуль-лагранжианов (квазиаффинных функций).

Исследовались краевые задачи для систем соболевского и псевдопараболического типов. Рассмотрены задача Коши и смешанные краевые задачи в четверти пространства. Доказаны теоремы существования и единственности в весовых соболевских пространствах $W_{p,\gamma,\sigma}^l$ с экспоненциальным весом по времени и степенным весом по пространственным переменным. Для разрешимости в пространствах без степенного веса по пространственным переменным ($\sigma = 0$) на данные необходимо накладывать дополнительные требования типа условий ортогональности. Показано, что за счет выбора степенного параметра σ можно уменьшить количество требований на данные либо установить безусловную разрешимость.

Теория вероятностей и математическая статистика

Исследована пуассоновская аппроксимация точечных процессов превышения уровня в терминах расстояний Канторовича. Найдены достаточно общие условия для асимптотической нормальности широкого класса оценок в моделях дробно-линейной регрессии. Получены показательные оценки для хвостов распределения обобщенных L -статистик, построенных по выборке из показательного распределения.

Математическое моделирование, методы вычислительной и прикладной математики и их применение

Рассмотрена задача об $(1,1)$ -раскраске мультиграфов степени 4. Получены верхние и нижние оценки для инцидентного (k, l) -хроматического числа мультиграфа при различных ограничениях на k и l .

В Институте вычислительной математики и математической геофизики для численного решения диффузионных задач предложены новые алгоритмы на основе метода Монте-Карло. С использованием глобальной экстраполяции в схеме Эйлера увеличен порядок детерминированной погрешности в алгоритме

оценки градиента от решения стационарного диффузионного уравнения. Разработанные алгоритмы применены для статистического моделирования процессов образования, динамики и коагуляции наночастиц в диффузионной среде, в частности, для моделирования образования и роста частиц кремнивого оксида в пламени.

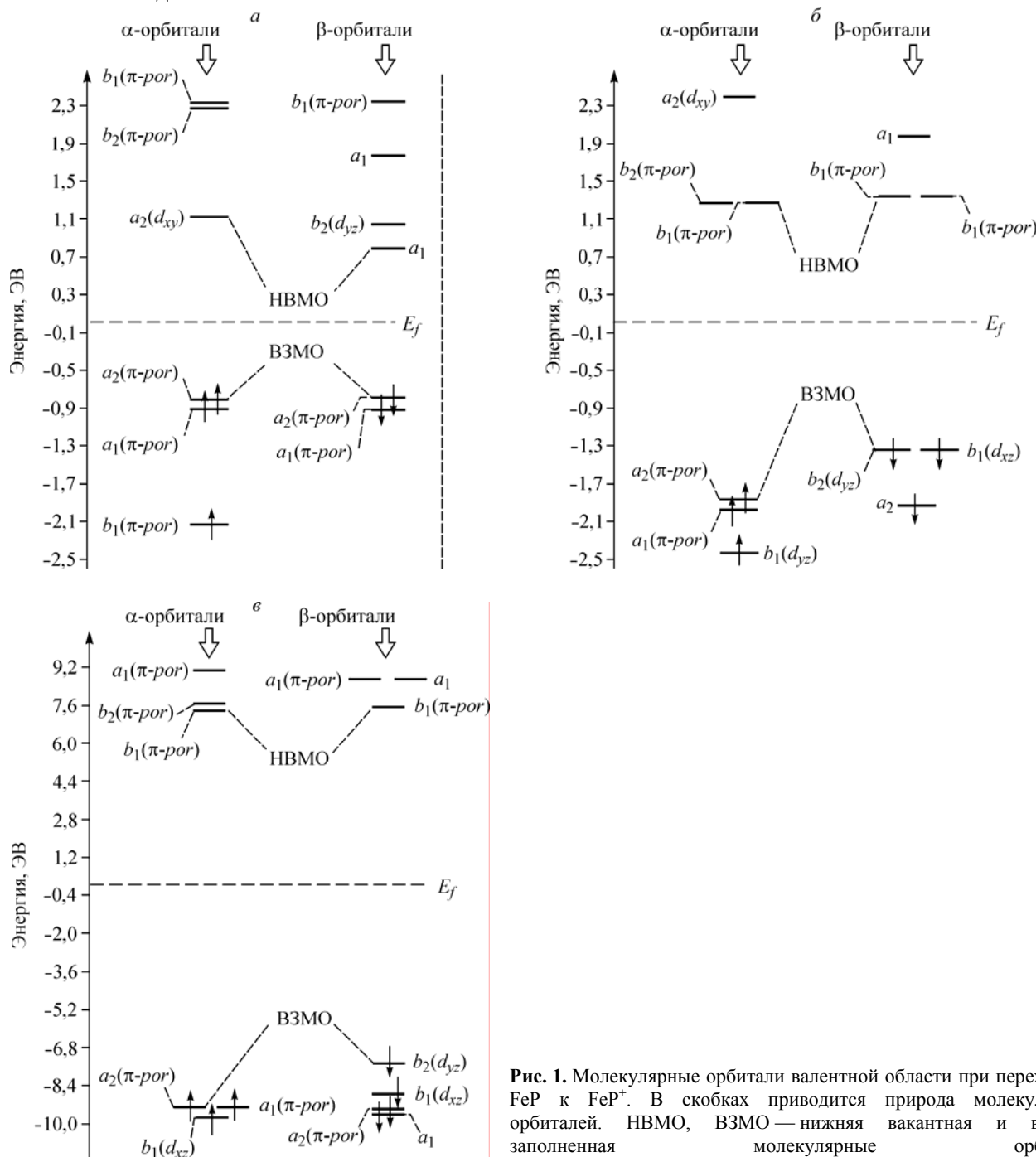


Рис. 1. Молекулярные орбитали валентной области при переходе от FeP к FeP⁺. В скобках приводится природа молекулярных орбиталей. НВМО, ВЗМО — нижняя вакантная и верхняя заполненная молекулярные орбитали, E_f — уровень Ферми.

В этом же институте предложены алгоритмы применения сферической классификации полутоновых площадок изображения для сжатия динамических изображений. Исследованы алгоритмы улучшения качества кодирования за счет введения в рассмотрение дисперсионных характеристик площадок изображения, а также алгоритмы постобработки видеок кадров. Экспериментально и теоретически показано, что предложенные алгоритмы имеют значительно меньшую вычислительную сложность и большую степень сжатия, чем широко используемые MPEG-4 алгоритмы сжатия видеоданных.

В Институте вычислительного моделирования проведено численное моделирование изменения спинового состояния атома железа гема (активного центра белковой молекулы) в процессе электронного транспортирования. Рассчитана полная энергия железопорфина FeP в разных спиновых состояниях и симметриях, найдены геометрические параметры и эффективные атомные заряды основных состояний железопорфина (рис. 1).

В Институте вычислительных технологий создана информационная система «Web-ресурсы математического содержания» (рис. 2.) [http://www-sbras.nsc.ru/win/mathpub/math_www.html]. В процессе работы выработаны принципы структурирования интернет-ресурсов математического содержания и разработки тезауруса предметной области, проведено базовое наполнение системы ресурсами общего характера и предложены алгоритмы дальнейшего наполнения системы ресурсами частного характера.

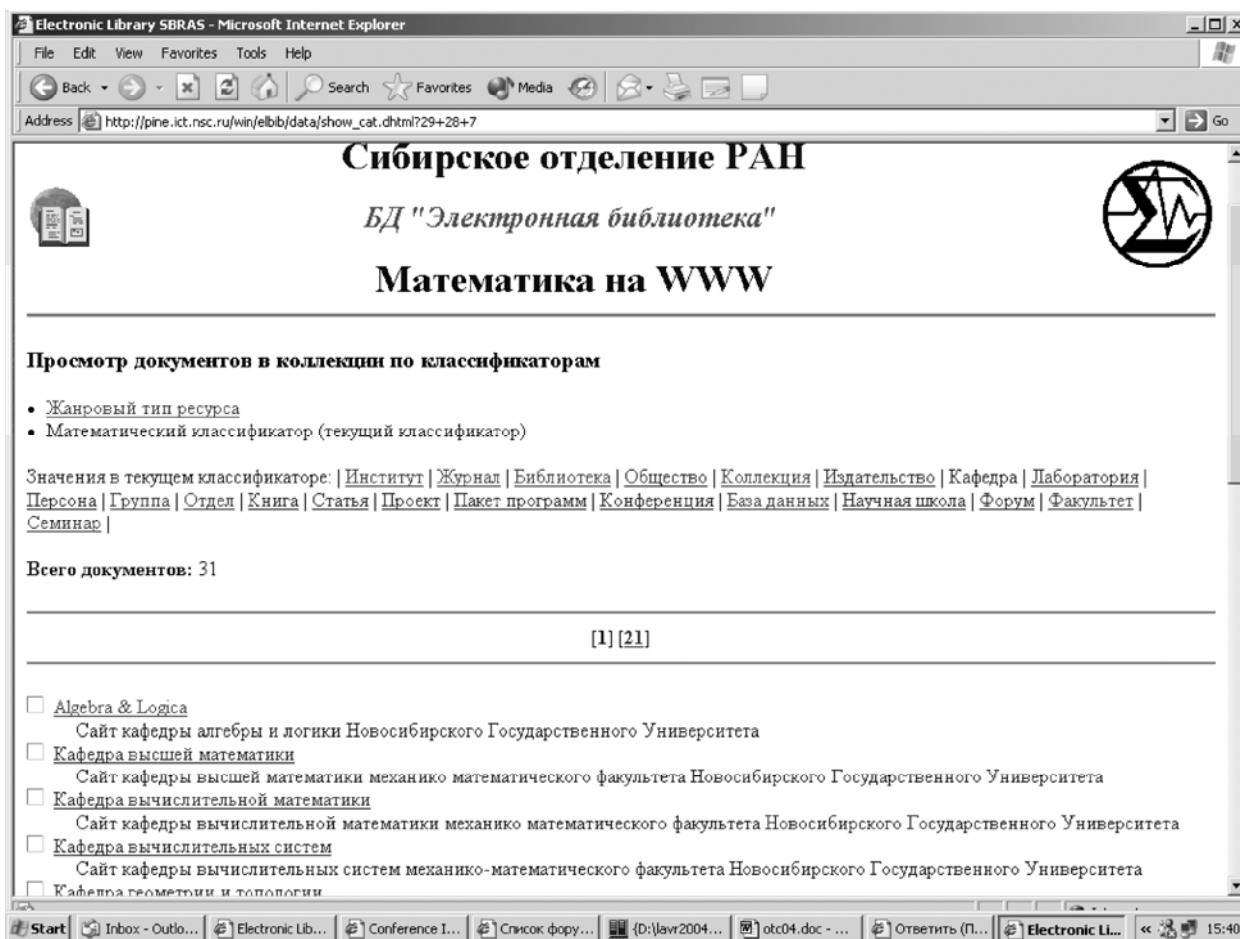


Рис. 2. Страница информационной системы «Web-ресурсы математического содержания».